

## ДЕКОМПОЗИЦИЯ ПРОТОКОЛА ЕСМА

Асинхронный характер взаимодействия систем предполагаемый стандартными спецификациями телекоммуникационных протоколов затрудняет применение традиционных методов предназначенных для описания допустимых последовательностей действий. Это связано с тем, что протокол регламентирует лишь порядок взаимодействия, а конкретные последовательности действий являются различными реализациями поведения систем в соответствии с протоколом. Поэтому для исследования протоколов [1,2] в последнее время всё чаще применяют сети Петри [3], введенные в 1962 году немецким математиком Карлом Петри как формальное средство представления асинхронных параллельных процессов.

Детальные модели реальных телекоммуникационных протоколов, представленные сетями Петри и построенные по исходным спецификациям, насчитывают, как правило, тысячи элементов. Такая большая размерность создаёт значительные трудности в применении формальных методов исследования свойств модели, позволяющих доказать корректность протокола.

Одними из наиболее распространённых методов исследования свойств сетей Петри является метод инвариантов [3]. Реализация этого метода сводится к нахождению целых неотрицательных решений систем линейных диофантовых уравнений. Заметим, что поиск целых неотрицательных решений линейной системы представляет собой специфическую задачу, для решения которой предложены специальные методы [4,5]. К сожалению, сложность этих методов асимптотически экспоненциальна, что делает практически невозможным поиск инвариантов для сетей, насчитывающих более сотни элементов.

Целью настоящей работы является построение эффективных методов верификации телекоммуникационных протоколов с помощью инвариантов на основе декомпозиции сетей Петри, а также применение построенных методов для верификации протокола ЕСМА.

В работе [6] представлен полиномиальный алгоритм декомпозиции заданной сети Петри на минимальные функциональные подсети [6,7]. В работе [8] инварианты функциональных подсетей использованы для построения инвариантов исходной сети; показано, что полученное ускорение вычислений является экспоненциальным по отношению к количеству вершин сети.

В настоящей работе описана методика вычисления инвариантов в процессе последовательной композиции исходной сети Петри из её минимальных функциональных подсетей. Использована симметрия взаимодействия систем, характерная для большинства телекоммуникационных протоколов.

**Модель протокола.** Для представления композиционных методов вычисления инвариантов сетей Петри выбран известный протокол ЕСМА Европейской ассоциации производителей компьютеров (European Computer Manufacturer Association). ЕСМА является транспортным протоколом, располагающимся между сетевым и сессионным уровнями модели ISO. Далее будет использована модель протокола, представленная в работе [2]. С одной стороны модель является достаточно упрощённой и содержит приемлемое для изложения материала количество элементов, с другой стороны её исследование позволяет продемонстрировать особенности применения предлагаемых методов.

Напомним, что четыре класса протоколов ЕСМА обеспечивают устойчивое взаимодействие систем в условиях возникновения ошибок возрастающей серьёзности. Каждый из классов состоит из трёх фаз: установление транспортного соединения, передача данных и завершение транспортного соединения (разъединение). Рассматриваемая далее модель представляет фазы соединения-разъединения, и абстрагируется от конкретных механизмов передачи данных.

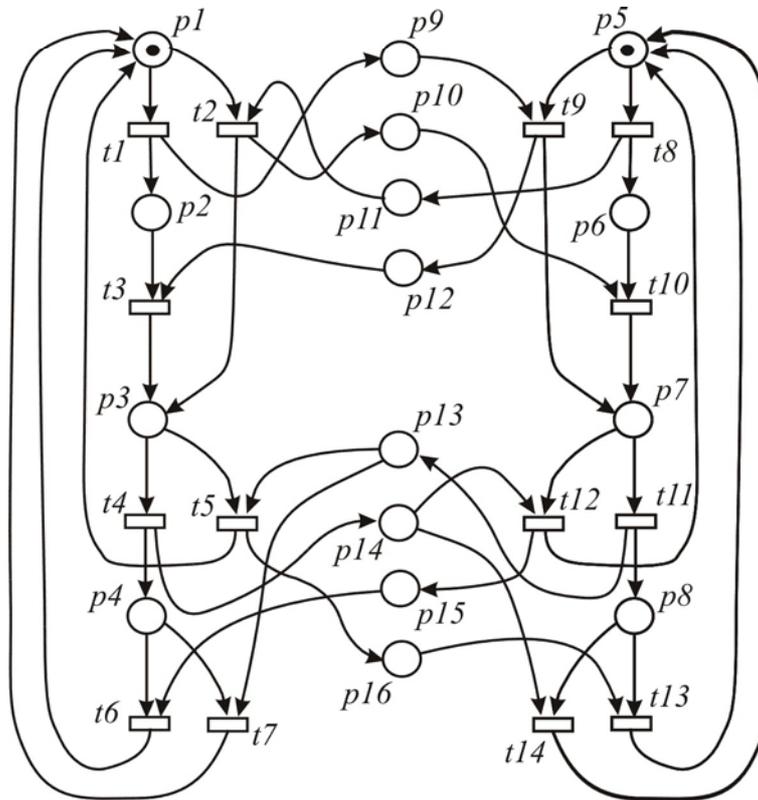


Рис. 1. Модель протокола ECMA

Модель протокола ECMA в форме сети Петри изображена на рис. 1. Напомним, что *сеть Петри* [3] – это тройка  $N = (P, T, F)$ , где  $P = \{p\}$  – конечное множество вершин, называемых позициями,  $T = \{t\}$  – конечное множество вершин, называемых переходами, отношение смежности вершин  $F = P \times T \cup T \times P$  задаёт множество дуг, соединяющих позиции и переходы. Таким образом, сеть Петри представляет собой двудольный ориентированный граф, одну долю вершин которого составляют позиции, а другую – переходы. Позиции изображают окружностями, а переходы – прямоугольниками. Как правило, граф  $N$  дополняют функцией разметки, задающей первоначальное расположение фишек в позициях. Фишки представляют собой динамические элементы, которые перемещаются по сети в результате срабатывания переходов.

Введём специальные обозначения множеств входных и выходных вершин для позиций и переходов сети:

$$\begin{aligned} \bullet p &= \{t \mid \exists (t, p) \in F\}, & p^\bullet &= \{t \mid \exists (p, t) \in F\}, \\ \bullet t &= \{p \mid \exists (p, t) \in F\}, & t^\bullet &= \{p \mid \exists (t, p) \in F\}. \end{aligned}$$

В модели, представленной на рис. 1, можно выделить три основных части: левая взаимодействующая система – позиции  $p_1 - p_4$ , переходы  $t_1 - t_7$ ; правая взаимодействующая система – позиции  $p_5 - p_8$ , переходы  $t_8 - t_{14}$ ; коммуникационная подсистема – позиции  $p_9 - p_{16}$ . Смысловое описание элементов модели приведено в табл. 1.

Таблица 1

Описание элементов модели

| Позиция    | Описание                   | Переход       | Описание                         |
|------------|----------------------------|---------------|----------------------------------|
| $p_1, p_5$ | Начальное состояние систем | $t_1, t_8$    | Послать запрос на соединение     |
| $p_2, p_6$ | Ожидание соединения        | $t_2, t_9$    | Принять запрос на соединение     |
| $p_3, p_7$ | Передача данных            | $t_3, t_{10}$ | Принять подтверждение соединения |

|                  |                            |               |                                       |
|------------------|----------------------------|---------------|---------------------------------------|
| $p_4, p_8$       | Ожидание разъединения      | $t_4, t_{11}$ | Послать запрос на разъединение        |
| $p_9, p_{11}$    | Запрос на соединение       | $t_5, t_{12}$ | Принять запрос на разъединение        |
| $p_{10}, p_{12}$ | Подтверждение соединения   | $t_6, t_{13}$ | Принять подтверждение разъединения    |
| $p_{13}, p_{14}$ | Запрос на разъединение     | $t_7, t_{14}$ | Принять встречный запрос разъединения |
| $p_{15}, p_{16}$ | Подтверждение разъединения |               |                                       |

Отметим, что разрыв соединения представлен более сложным фрагментом сети, поскольку учитывается ситуация, в которой запрос на разъединение при ожидании подтверждения разъединения интерпретируется как подтверждение (переходы  $t_7, t_{14}$ ). В этом состоит особенность протоколов ЕСМА, позволяющая нормально функционировать в условиях коллизии запросов на разъединение.

**Декомпозиция протокола.** Выполним декомпозицию исходной модели протокола ЕСМА, представленной на рис. 1, на минимальные функциональные подсети в соответствии с алгоритмом, описанным в работе [6].

Напомним, что функциональная сеть [6,7] представляет собой частный случай сети с входными и выходными позициями. *Функциональной сетью* называют тройку  $Z = (N, X, Y)$ , где  $N$  – сеть Петри,  $X \subseteq P$  – входные позиции,  $Y \subseteq P$  – выходные позиции, причём множества входных и выходных позиций не пересекаются:  $X \cap Y = \emptyset$ , и, кроме того, входные позиции не имеют входящих дуг, а выходные позиции исходящих:  $\forall p \in X: \bullet p = \emptyset, \forall p \in Y: p \bullet = \emptyset$ . Позиции множества  $X \cup Y$  называют также *контактными*, а позиции множества  $Q = P \setminus (X \cup Y)$  именуют *внутренними*.

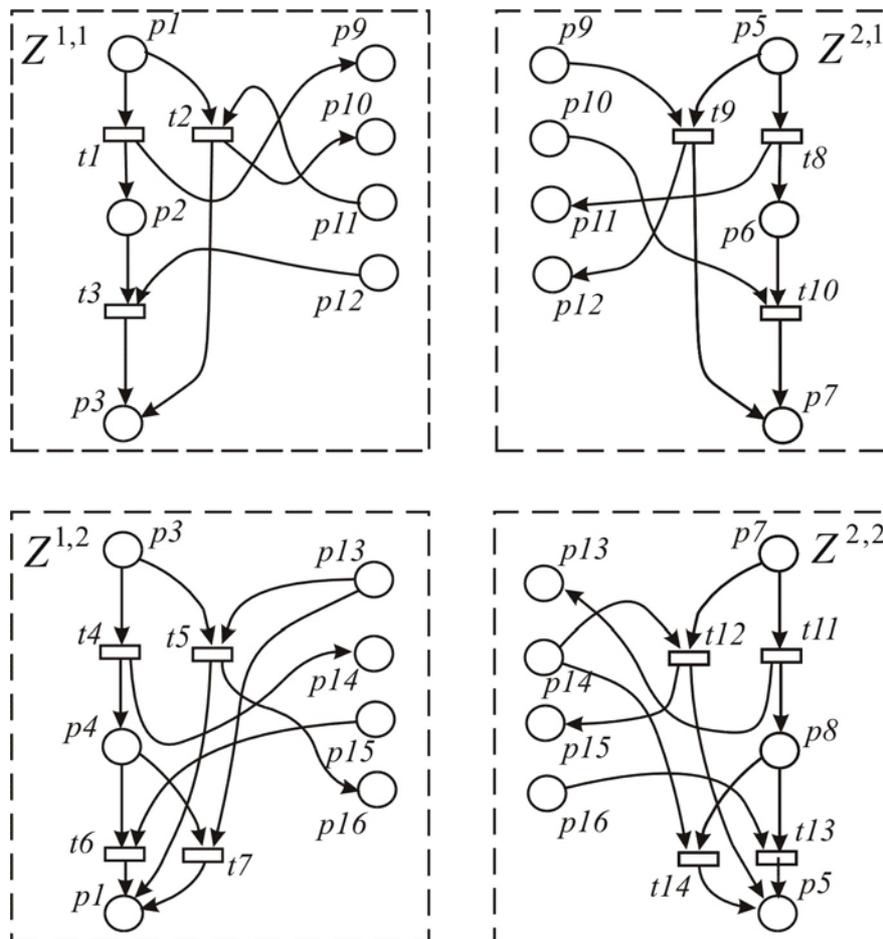


Рис. 2. Декомпозиция протокола ЕСМА

Функциональную сеть  $Z = (N', X, Y)$  будем называть *функциональной подсетью* сети  $N$  и обозначать  $Z \succ N$  если  $N'$  является подсетью  $N$ , и, кроме того,  $Z$  связана с оставшейся частью сети только посредством дуг, инцидентных входным либо выходным позициям, причём входные позиции могут иметь только входящие дуги, а выходные только исходящие. Таким образом

$$\forall p \in X : \{(p, t) \mid t \in T \setminus T'\} = \emptyset, \quad \forall p \in Y : \{(t, p) \mid t \in T \setminus T'\} = \emptyset, \\ \forall e \in Q : \{(p, t) \mid t \in T \setminus T'\} = \emptyset \wedge \{(t, p) \mid t \in T \setminus T'\} = \emptyset.$$

Функциональную подсеть называют *минимальной*, если она не содержит других функциональных подсетей. В соответствии с теоремой 2, представленной в работе [6], любая функциональная подсеть  $Z'$  произвольной сети Петри  $N$  является суммой (объединением) конечного числа минимальных функциональных подсетей. Таким образом множество минимальных функциональных подсетей является порождающим семейством множества функциональных подсетей заданной сети Петри  $N$ .

Применение алгоритма декомпозиции [6] к модели протокола ЕСМА (рис. 1) приводит к получению множества  $\{Z^{1,1}, Z^{1,2}, Z^{2,1}, Z^{2,2}\}$ , состоящего из четырёх минимальных функциональных подсетей, представленных на рис. 2. Граф функциональных подсетей [6] изображён на рис. 3. Заметим, что в силу симметрии процессов взаимодействия систем, пары подсетей  $Z^{1,1}$  и  $Z^{2,1}$ , а также  $Z^{1,2}$  и  $Z^{2,2}$  являются изоморфными. Поэтому в дальнейшем необходимо исследовать свойства лишь двух из перечисленных четырёх подсетей.

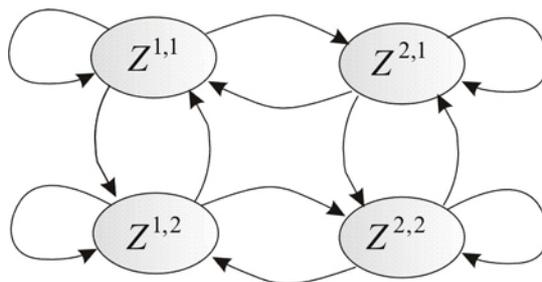


Рис. 3. Граф функциональных подсетей

Различные способы композиция минимальных функциональных подсетей позволяет получить декомпозицию исходной модели на левую и правую взаимодействующие системы  $Z^1$  и  $Z^2$ , а также декомпозицию на сеть, устанавливающую соединение и сеть, выполняющую разъединение  $Z'^1$  и  $Z'^2$ , где  $Z^1 = Z^{1,1} + Z^{1,2}$ ,  $Z^2 = Z^{2,1} + Z^{2,2}$ ,  $Z'^1 = Z^{1,1} + Z^{2,1}$ ,  $Z'^2 = Z^{2,1} + Z^{2,2}$ .

Таким образом, выполнена декомпозиция модели протокола ЕСМА на минимальные функциональные подсети; левую и правую взаимодействующие системы; подсети установления соединения и разъединения.

**Инвариантность протокола.** Инварианты [3] являются мощным инструментом исследования структурных свойств сетей Петри. Они позволяют определять ограниченность, консервативность, необходимые условия живости и отсутствия тупиков. Эти свойства являются существенными для анализа поведения реальных объектов, в особенности, коммуникационных протоколов [1,2].

В общем случае рассматривают *сети с кратными дугами*, содержащими дополнительное отображение  $W : F \rightarrow \mathbb{N}$ . Кратность, отличную от единицы, указывают в виде числа на соответствующей дуге. Пусть  $|P| = m$ ,  $|T| = n$ . Занумеруем множества

позиций и переходов сети. Введём матрицы  $A^-$ ,  $A^+$  входящих и исходящих дуг переходов соответственно:

$$A^- = \|a^-_{i,j}\|, i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}; a^-_{i,j} = \begin{cases} w(p_i, t_j), & (p_i, t_j) \in F \\ 0, & \text{иначе} \end{cases},$$

$$A^+ = \|a^+_{i,j}\|, i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}; a^+_{i,j} = \begin{cases} w(t_j, p_i), & (t_j, p_i) \in F \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}.$$

И, наконец, введём матрицу инцидентности  $A$  сети Петри как  $A = A^+ - A^-$ .

$p$ -инвариантом сети Петри [1] называют целые неотрицательные решения системы

$$\bar{x} \cdot A = 0. \quad (1)$$

$t$ -инвариантом называют целые неотрицательные решения системы

$$\bar{y} \cdot A^T = 0.$$

Так как в соответствии с [3] каждый  $t$ -инвариант сети Петри является  $p$ -инвариантом двойственной сети, далее, не ограничивая общности, мы будем рассматривать только  $p$ -инварианты.

Известные методы вычисления инвариантов [4,5] имеют экспоненциальную сложность, что затрудняет их применение для исследования моделей реальных объектов, насчитывающих тысячи элементов.

В соответствии с теоремой 2, доказанной в работе [8], сеть Петри  $N$  инвариантна тогда и только тогда, когда инвариантны все её минимальные функциональные подсети и существует общий ненулевой инвариант контактных позиций. Таким образом, для вычисления инвариантов сети Петри следует вычислить инварианты её минимальных функциональных подсетей, а затем найти общие инварианты контактных позиций. Показано, что результаты справедливы также для произвольного подмножества функциональных подсетей, определяющего разбиение множества переходов сети Петри.

Пусть общее решение для инварианта функциональной подсети  $Z^j$  представлено в виде

$$\bar{x} = \bar{z}^j \cdot R^j, \quad (2)$$

где  $\bar{z}^j$  это произвольный вектор целых неотрицательных чисел, а  $R^j$  – матрица базисных решений. Тогда система уравнений для вычисления общих инвариантов контактных позиций имеет вид

$$\{\bar{z}^i \cdot R_p^i - \bar{z}^j \cdot R_p^j = 0, \quad p \in C, \quad (3)$$

где  $i, j$  – номера функциональных подсетей, инцидентных позиции  $p \in C$ , а  $R_p^j$  – столбец матрицы  $R^j$ , соответствующий позиции  $p$ .

Таким образом, переменные  $\bar{z}^j$  становятся теперь связанными. Заметим, что система (3) имеет ту же самую форму, что и исходная система (1). Следовательно, для её решения можно применить указанные ранее методы. Предположим, что  $\bar{z} = \bar{y} \cdot G$ , где  $G$  – матрица базисных решений системы (3), а  $\bar{y}$  – произвольные целые неотрицательные числа. Тогда общее решение системы (1) в соответствии с (2) можно представить как

$$\bar{x} = \bar{y} \cdot H, \quad H = G \cdot R. \quad (4)$$

В тех случаях, когда модель обладает внутренней симметрией, вследствие чего некоторые минимальные функциональные подсети являются изоморфными, описанный процесс целесообразно выполнять последовательно.

Используем изоморфность подсетей  $Z^1$  и  $Z^2$ . Вначале вычислим инварианты подсети  $Z^1$ . Затем построим инвариант изоморфной сети  $Z^2$ . И, наконец, вычислим инвариант всей заданной сети Петри.

Инварианты подсетей  $Z^{1,1}$  и  $Z^{2,1}$  представим как

$$(x_1, x_2, x_3, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}) = (z_1^1, z_2^1, z_3^1, z_4^1, z_5^1) \cdot R^{1,1},$$

$$(x_1, x_3, x_4, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}) = (z_1^2, z_2^2, z_3^2) \cdot R^{1,2},$$

где матрицы  $R^{1,1}$  и  $R^{1,2}$  имеют вид:

$$R^{1,1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad R^{1,2} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Заметим, что компоненты вектора  $\bar{x}$ , соответствующие подсетям  $Z^{1,1}$  и  $Z^{2,1}$ , выписаны в явном виде; они задают индексацию столбцов построенных матриц. Индексы строк соответствуют компонентам векторов  $\bar{z}^1 = (z_1^1, z_2^1, z_3^1, z_4^1, z_5^1)$  и  $\bar{z}^2 = (z_1^2, z_2^2, z_3^2)$ .

Построим систему уравнений вида (2) для контактных позиций:

$$\begin{cases} z_1^1 + z_3^1 + z_4^1 - z_2^2 - z_3^2 = 0, \\ z_1^1 + z_2^1 + z_4^1 - z_1^2 - z_3^2 = 0. \end{cases}$$

Отметим, что в композиции подсетей  $R^{1,1}$  и  $R^{1,2}$  контактными являются позиции  $p_1$  и  $p_3$ . Общее решение системы имеет вид

$$(z_1^1, z_2^1, z_3^1, z_4^1, z_5^1, z_1^2, z_2^2, z_3^2) = \bar{y} \cdot G^1, \quad G^1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Для вычисления базисных инвариантов сети  $Z^1$  в соответствии с (4) построим из инвариантов подсетей  $R^{1,1}$  и  $R^{2,1}$  объединённую матрицу  $R^1$ :

$$R^1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{либо} \quad R^1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Отметим, что разница между матрицами заключена в столбцах, соответствующих контактным позициям ( $p_1$  и  $p_3$ ). В первом случае инварианты контактных позиций вычисляются в соответствии с матрицей  $R^{1,1}$ , а во втором случае – в соответствии с  $R^{2,1}$ . Индексация столбцов соответствует вектору  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16})$ .

Матрица базисных решений имеет вид

$$H^1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Отметим, что после вычисления произведения  $G \cdot R$  в соответствии с (4) из матрицы удалены линейно-зависимые строки.

Далее аналогичным образом построим инварианты всей сети, являющейся композицией подсетей  $Z^1$  и  $Z^2$ . Система уравнений для контактных позиций имеет вид:

$$\begin{cases} p_9: z_2^1 + z_4^1 + z_6^1 - z_5^2 - z_7^2 = 0, \\ p_{10}: z_4^1 + z_7^1 - z_2^2 - z_5^2 - z_6^2 = 0, \\ p_{11}: z_5^1 + z_7^1 - z_2^2 - z_4^2 - z_6^2 = 0, \\ p_{12}: z_2^1 + z_5^1 + z_6^1 - z_4^2 - z_7^2 = 0, \\ p_{13}: z_1^1 + z_2^1 + z_4^1 - z_1^2 - z_2^2 - z_5^2 = 0, \\ p_{14}: z_1^1 + z_2^1 + z_5^1 - z_1^2 - z_2^2 - z_4^2 = 0, \\ p_{15}: z_1^1 + z_2^1 + z_4^1 - z_1^2 - z_2^2 - z_5^2 = 0, \\ p_{16}: z_1^1 + z_2^1 + z_5^1 - z_1^2 - z_2^2 - z_4^2 = 0. \end{cases}$$

Решим систему уравнений, вычислим произведение  $G \cdot R$  и удалим линейно-зависимые строки. Получим следующие базисные инварианты сети Петри:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Полученный результат совпадает с инвариантами, вычисленными обычными методами для всей сети, а также с инвариантами, полученными путём одновременной композиции всех четырёх минимальных функциональных подсетей.

Сеть Петри инвариантна, так как, например, инвариант

$$\bar{x}^* = (2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1),$$

являющийся суммой базисных инвариантов с номерами 1, 3 и 9, содержит все натуральные компоненты. Таким образом, модель протокола ЕСМА консервативна и ограничена.

Следует отметить, что хотя сеть является также и t-инвариантной, она содержит тупик, в котором маркированы позиции  $p_9$  и  $p_{11}$ . Сеть приходит к тупиковой маркировке в результате срабатываний последовательности переходов  $t_1 t_5$  либо  $t_5 t_1$ .

**Оценка ускорения вычислений.** Оценим полученные ускорения вычислений в предположении экспоненциальной сложности алгоритмов [4,5] решения систем линейных диофантовых уравнений в целых неотрицательных числах равной  $2^q$ , где  $q$  – количество вершин сети.

Исходная сеть содержит 16 позиций, поэтому прямое вычисление инвариантов требует решения системы с 16 неизвестными. Композиция четырёх минимальных подсетей требует

решения систем порядка 7 для нахождения инвариантов минимальных подсетей и решения системы порядка 12 для нахождения инвариантов контактных позиций. Последовательная композиция предполагает решение систем порядка 7 для нахождения инвариантов минимальных подсетей, решения системы порядка 5 для нахождения инвариантов контактных позиций первой композиции и решения системы порядка 8 для нахождения инвариантов контактных позиций второй композиции. Заметим, что при экспоненциальном росте функций сложность умножения матриц, представленная полиномом третьей степени, является несущественной и поэтому не учитывается в оценках.

Сложности вычислений для каждого из перечисленных способов нахождения инвариантов могут быть оценены с помощью следующих выражений:

$$S^I = 2^{16} \approx 65000,$$

$$S^{II} = 2^7 + 2^{12} \approx 4300,$$

$$S^{III} = 2^7 + 2^5 + 2^8 \approx 500.$$

Таким образом, использование декомпозиции позволило ускорить вычисления более чем в десять раз по сравнению с традиционными методами, а применение последовательной композиции позволило получить дополнительное почти десятикратное ускорение.

Следует отметить, что ускорения были вычислены для сети, насчитывающей менее двух десятков вершин. При исследовании сетей большой размерности ускорения могут быть весьма значительными, поскольку они оцениваются экспоненциальными функциями.

Таким образом, выполнена декомпозиция исходной модели Петри протокола ЕСМА на минимальные функциональные подсети, левую и правую взаимодействующие системы, подсети установления соединения и разъединения. Инвариантность исходной модели доказана на основе установленной инвариантности функциональных подсетей. Изоморфность некоторых подсетей позволила вычислить инварианты в процессе последовательной композиции сети. Выполнена оценка ускорения вычислений при использовании композиционных методов нахождения инвариантов.

**Список литературы:** 1. *Diaz M.* Modelling and Analysis of Communication and Cooperation Protocols Using Petri Net Based Model // Computer Networks, no. 6, 1982, p. 419-441. 2. *Berthelot G., Terrat R.* Petri Nets Theory for the Correctness of Protocols // IEEE Trans. on Communications, no. 12, 1982. Vol. 30, p. 2497-2505. 3. *Murata T.* Petri Nets: Properties, Analysis and Applications // Proceedings of the IEEE, April 1989. Vol. 77, p. 541-580. 4. *Toudic J.M.* Linear Algebra Algorithms for the Structural Analysis of Petri Nets // Rev. Tech. Thomson CSF, 1982, no. 1. Vol. 14, p. 136-156. 5. *Zaitsev D.A.* Formal Grounding of Toudic Method // Proc. of 10th Workshop Algorithms and Tools for Petri Nets. September 26-27, 2003. Eichstaett, Germany, p. 184-190. 6. *Zaitsev D.A.* Subnets with input and output places // Petri Net Newsletter, April 2003. Vol. 64, p. 3-6. 7. *Зайцев Д.А., Сленцов А.И.* Уравнения состояний и эквивалентные преобразования временных сетей Петри // Кибернетика и системный анализ, 1997, № 5, с. 59-76. 8. *Зайцев Д.А.* Инварианты функциональных подсетей // Научные труды ОНАС им. А.С. Попова, №4, 2003, 8 с.

*Одесская национальная*

*Академия связи*

*Published: Raditekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2004, no. 138, p. 75-82. In Russ.*